

экспертной и количественной информации // Автоматизация в промышленности. – 2022. – № 5. – С. 38-45.

5. *Avdeeva Z.K., Grebenyuk E.A., Kovriga S.V.* Model for Monitoring of Socio-Economic Processes Using Fuzzy Cognitive Map and Algorithms for Detecting Structural Changes / Proceedings of the 3rd International Symposium on Automation, Information and Computing. – Beijing: SCITEPRESS. – 2023. – Vol. 1. – P. 428-433.

Степанцов М.Е.

Моделирование конкуренции двумерных акторов при помощи клеточного автомата

Аннотация: В работе рассматривается сценарий конкуренции между тремя пространственно распределёнными акторами, носящими векторный характер. Такая модель может рассматриваться как обобщение борьбы между условными информациями, сила которых в классическом случае рассматривается как скаляр. Однако предложенный автором ранее стохастический клеточный автомат, позволяющий моделировать конкуренцию трёх акторов, в силу гибкости модели может быть обобщён на многомерный случай (в настоящей работе рассматривается двумерный). Вычислительные эксперименты, проведенные при помощи имитационной системы, построенной на основе этого автомата, обнаруживают, что в хаотической динамике поведения модели, обусловленной случайно заданным начальным распределением акторов, проявляются некоторые закономерности, а именно – возникают пространственные структуры и обнаруживаются циклы доминирования отдельных акторов.

Ключевые слова: математическое моделирование, имитационное моделирование, клеточные автоматы, условные информации, самоорганизация

Задача о конкуренции трёх акторов, силы которых образуют цикл, рассматривалась автором ранее [1]. Приложением такой модели может быть исследование противоборства условных информации [2], каковое рассматривалось с точки зрения непрерывных моделей в работе [3]. Предложенная модель [1] отличается тем, что позволяет принимать во внимание пространственное распределение (точнее, распределение на плоскости) рассматриваемых акторов, то есть отображать их с учетом географических привязок.

Помимо этого, предложенная модель, как и любая, относящаяся к классу клеточных автоматов, обладает значительной гибкостью, позволяющей вводить в нее большое количество дополнительных факторов, не повышая существенно вычислительной сложности. В частности, представляет интерес предположить, что сила условных информации при их конкуренции может носить не скалярный, а векторный характер. То есть в одних условиях или в один момент времени одна из информации может оказываться сильнее второй, а в других – вторая сильнее первой.

Модель [1] может быть модифицирована для любой размерности векторов, описывающих силы акторов и для любого характера их компонент. Однако в настоящей работе ограничимся двумерным случаем, в котором обе компоненты имеют одну и ту же природу, а именно – принимают три значения, на множестве которых отношение «сильнее» образует цикл длины 3. Таким образом, каждая из компонент повторяет скалярный вариант из работы [1].

На основе вышеизложенных соображений строится модифицированная модель, которая представляет собой клеточный автомат на ортогональной сетке с окрестностью фон Неймана (4 соседа для каждой клетки). Состояний клетки теперь становится девять, $S \in \{1; 2; 3\} \times \{1; 2; 3\}$, при том, что бинарное отношение «сильнее» на множестве S по-прежнему задается матрицей:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Правила нового клеточного автомата представляют собой предложенный ранее алгоритм «копируй с более сильного соседа» [1], аналогичный автомату «копируй со случайного соседа» [4], повторяемый дважды: на нечётных шагах для первой компоненты состояния клеток, на чётных – для второй. Это делает новый автомат в какой-то степени аналогом клеточных автоматов с окрестностью Марголуса [4]. Новый алгоритм такого автомата имеет следующий вид:

```

r=random (0; 1)
if mod (step, 2) = 0 then
  if Center2 = 1 and r < 1 then
    if West2 = 2 then
      Center'2 = 2
      Center'1 = West1
    end if
    if East2 = 2 then
      Center'2 = 2
      Center'1 = East1
    end if
    if North2 = 2 then
      Center'2 = 2
      Center'1 = North1
    end if
    if South2 = 2 then
      Center'2 = 2
      Center'1 = South1
    end if
  end if
  if Center2 = 2 and r < 1 then
    if West2 = 3 then
      Center'2 = 3
      Center'1 = West1
    end if
    if East2 = 3 then
      Center'2 = 3
      Center'1 = East1
    end if
    if North2 = 3 then
      Center'2 = 3
      Center'1 = North1
    end if
    if South2 = 3 then
      Center'2 = 3
      Center'1 = South1
    end if
  end if
end if
else
  if Center1 = 1 and r < 1 then
    if West1 = 2 then
      Center'1 = 2
      Center'2 = West2
    end if
    if East1 = 2 then
      Center'1 = 2
      Center'2 = East2
    end if
    if North1 = 2 then
      Center'1 = 2
      Center'2 = North2
    end if
    if South1 = 2 then
      Center'1 = 2
      Center'2 = South2
    end if
  end if
  if Center1 = 2 and r < 1 then
    if West1 = 3 then
      Center'1 = 3
      Center'2 = West2
    end if
    if East1 = 3 then
      Center'1 = 3
      Center'2 = East2
    end if
    if North1 = 3 then
      Center'1 = 3
      Center'2 = North2
    end if
    if South1 = 3 then
      Center'1 = 3
      Center'2 = South2
    end if
  end if
  if Center1 = 3 and r < 1 then
    if West1 = 1 then
      Center'1 = 1
      Center'2 = West2
    end if
    if East1 = 1 then
      Center'1 = 1
      Center'2 = East2
    end if
    if North1 = 1 then
      Center'1 = 1
      Center'2 = North2
    end if
    if South1 = 1 then
      Center'1 = 1
      Center'2 = South2
    end if
  end if
end if

```

Здесь *Center*, *North*, *West*, *East*, *South* – традиционные обозначения состояния самой клетки и четырех ее соседей, а *Center'* означает состояние клетки на следующем шаге по времени, индексы 1 и 2 относятся к первой и второй компонентам вектора состояний клетки. Следует упомянуть, что на каждом из шагов при «победе» одной из компонент актора в данной клетке, в неё копируются обе компоненты актора – в противном случае модифицированная модель представляла бы собой просто два не связанных друг с другом объекта, совпадающих со старой.

На основе этого клеточного автомата в среде VBA была построена имитационная система. Как и в предыдущем исследовании, размер поля автомата был взят 20x20, а граничными условиями явилась фиксация состояний граничных клеток.

При исследовании динамики системы со случайным распределением акторов по полю в качестве начального условия был обнаружен ряд характерных особенностей этой динамики, в целом являвшейся хаотической.

Для численной оценки наличия структур, как и в [1] использовалась двумерная автокорреляционная функция состояний клеток поля клеточного автомата:

$$A(u, v) = \frac{1}{400} \sum_{\substack{x=0 \\ y=0}}^{20} e^{\frac{2\pi i(S(x+u, y+v) - s(x, y))}{3}} \quad (2)$$

Числовой характеристикой, указывающей на наличие либо отсутствие структур, здесь является значение $A^* = \max_{u+v \neq 0} |A(u, v)|$.

Примерно через 20 шагов по времени величина A^* , составляющая в начальный момент 0,16–0,20 (уровень A^* для хаотической динамики) увеличивается до 0,4–0,6, что не говорит о наличии чётких устойчивых структур (для того, чтобы говорить о таковых, согласно [1], необходим уровень $A^*=0,85$), однако указывает на то, что в каком-то смысле система становится более упорядоченной.

Поскольку модели на основе клеточного автомата не просто позволяют осуществить визуализацию динамики системы, а, собственно, целенаправленно разрабатываются для получения

возможности таковой, используем эту возможность. Типичная картина поля клеточного автомата через 100 шагов представлена на рисунке 1.

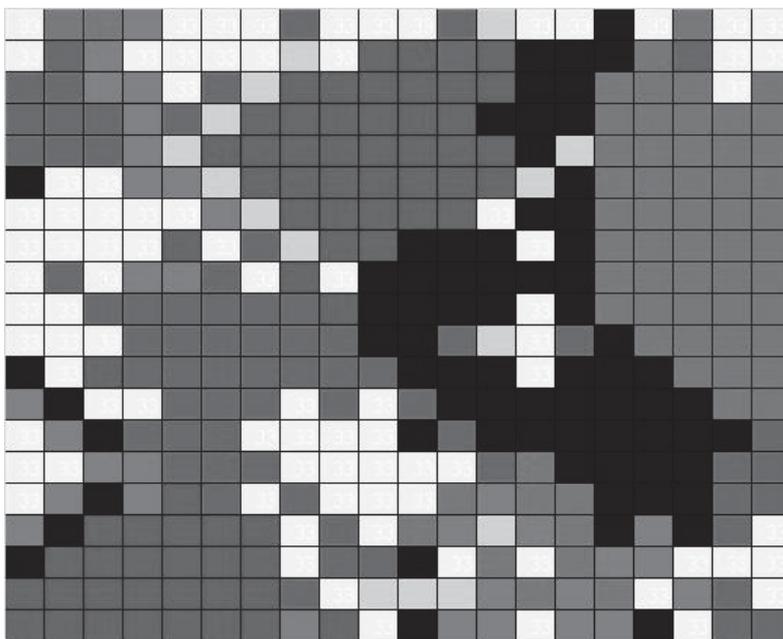


Рисунок 1 – Распределение состояний клеток (разные акторы показаны различными оттенками) через 100 шагов по времени

Заметно, что некоторые акторы побеждают в связных областях размером порядка 10 клеток, в то время как в других областях смежные клетки содержат различные акторы, то есть там происходит борьба акторов. Эта картина хорошо объясняет уровень показателя A^* , заметно превосходящий значение, соответствующее хаосу, но недостаточно высокий для того, чтобы говорить о наличии структур по всему полю клеточного автомата.

Значения самой автокорреляционной функции также позволяют судить о размерах областей, в которых отдельные акторы побеждают. Полная таблица значений не приведена из-за громоздкости, но важным является то, что при условии $u^2 + v^2 \leq 25$ имеем $A(u, v) \geq 0,2$, в то время как при $5 \leq u \leq 15$ и $5 \leq v \leq 15$

её значение приблизительно равно 0,16. Таким образом, состояния клеток с большой вероятностью совпадают с состоянием данной на расстояниях порядка 5 во все стороны от неё, а на больших расстояниях этот эффект исчезает. Это соответствует результатам визуальных наблюдений за полем автомата.

Разумеется, области, где доминирует тот или иной актор, не остаются таковыми постоянно. С течением времени одни акторы теряют контроль над областями, а другие приобретают. В результате этого суммарное количество клеток, контролируемых данным актором (которое можно рассматривать как показатель успешности актора в данный момент времени) меняется. Динамика этого показателя зачастую демонстрирует неперiodическое циклическое поведение, которое уже наблюдалось в непрерывной модели на основе дифференциальных уравнений [5], в свою очередь представляющей собой расширение модели «хищник-жертва» [6] на случай трёх популяций.

Это явление имеет место и в случае, когда данный подход применяется к исследованию взаимодействия условных информаций [3]. Поэтому не вызывает удивления то, что оно имеет место и для исследуемой модели. Типичный пример динамики количества клеток $N(t)$, в которых побеждает один из акторов, приведён на рисунке 2.

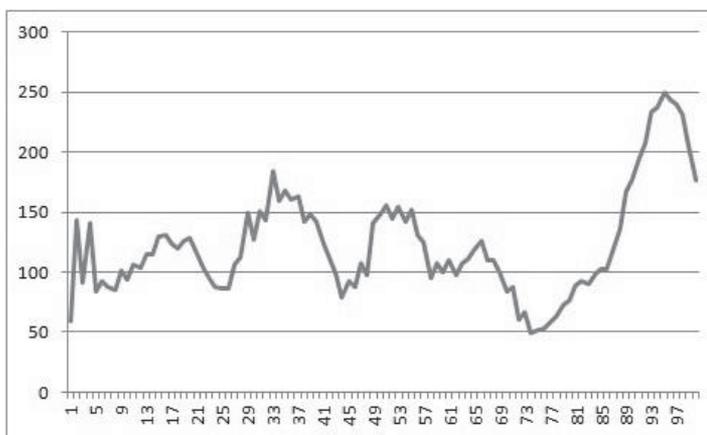


Рисунок 2 – Зависимость количества клеток, в которых побеждает конкретный актор, от времени

Здесь также можно подтвердить визуальное впечатление о наличии не имеющих строгого периода колебаний при помощи автокорреляционной функции, которая будет теперь одномерной, поскольку свёртка здесь осуществляется не по пространству, а по времени. Кроме того, нам не потребуется абсолютное значение критерия, поэтому нет необходимости нормировать эту функцию, и её можно искать просто в виде:

$$A(\tau) = \sum_{t=1}^{50} N(t)N(t + \tau) \quad (3)$$

Для приведённой выше зависимости $N(t)$ функция $A(\tau)$ приобретает следующий вид (рисунок 3).

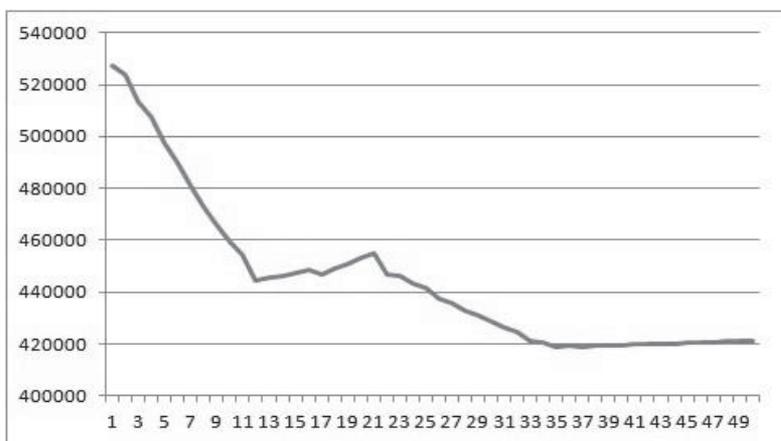


Рисунок 3 – Автокорреляционная функция для зависимости $N(t)$

Максимум функции в окрестности точки $\tau = 20$ указывает на наличие неярко выраженного циклического, но не строго периодического поведения с характерной длиной цикла 20. Это показывает эффект циклического усиления и ослабления каждого из акторов.

Возникли опасения, что наблюдаемые закономерности являются артефактами размера поля клеточного автомата. В связи с

этим аналогичные вычислительные эксперименты были проведены на поле размером 35x35 с практически теми же результатами.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод, что модель, основанная на двумерных акторах, в отличие от одномерного (в смысле размерности силы акторов, а не поля автомата, которое в обоих вариантах двумерно!) случая даже в детерминированном варианте обладает свойством самоорганизации, а именно порождает из случайного начального состояния нечёткие структуры. Такими структурами являются: 1) связные области размером порядка 10 клеток, в которых преобладает один из акторов, 2) не строго периодическое, но циклическое изменение успешности акторов с характерной длиной цикла около 20. Следует указать, что, как и в работе [1], в качестве метода исследования поведения данной модели уместно использование различных вариантов автокорреляционных функций.

Данная модель является примером модификации базового клеточного автомата [1] для исследования конкретного класса процессов конкуренция пространственно-распределённых акторов.

Литература:

1. *Степанцов М.Е.* Моделирование конкуренции трех акторов, бинарное отношение сил которых представляет собой цикл / Проблемы управления безопасностью сложных систем: материалы XXXI Международной научной конференции. – Москва: ИПУ РАН, 2023. – С. 447-454.
2. *Чернавский Д.С.* Синергетика и информация: динамическая теория информации. – М.: Наука, 2001. – 243 с.
3. *Малков С.Ю., Кирилюк И.Л.* Базовая модель социальных взаимодействий / Анализ и моделирование мировой и страновой динамики: методология и базовые модели. – М.: Учитель, 2015. – С. 78-93.
4. *Тоффоли Т., Марголюс Н.* Машины клеточных автоматов. – М: Мир, 1991. – 280 с.
5. *May R.M., Leonard W.J.* Nonlinear aspects of competition between three species // J. Appl. Math. – 1975. – Vol. 29, No. 2. – P. 243-253.
6. *Lotka A.J.* Elements of Physical Biology. – Williams and Wilkins, 1925. – 495 p.